КОМПАРАТИВНА АНАЛИЗА ПРЕЦИЗНОСТИ PCC ИНТЕРПОЛАЦИЈЕ СА 1P KEYS И 1P GREVILLE ЈЕЗГРИМА КОД ИНТЕРПОЛАЦИЈЕ СЛИКЕ

Наташа Савић[1] Зоран Миливојевић [2]

Резиме: У првом делу рада приказана су једно-параметарска (1P) кубна конволуциона интерполациона језгра и то 1P Keys и 1P Greville. У другом делу рада описан је алгоритам експерименталне процене параметра језгра. У експерименту је извршена конволуциона интерполација са имплементираним кубним 1P Keys језгром и 1P Greville језгром код неких тест слика. За сваку тест слику одређена је оптимална вредност параметра Keys и Greville интерполационог језгра. Статистичком анализом оптималних вредности параметара одређена је средња вредност μ и варијанса σ^2. На основу параметара μ и σ^2 одређена је Гаусова функција расподеле оптималних вредности параметара код интерполације тест слика. Након тога извршена је компаративна анализа прецизности интерполације. Као мера прецизности коришћена је средње квадратна грешка MSE. Резултати су приказани табеларно и графички.

Кључне речи: Конволуција, Конволуционо језгро, Интерполација, Параметар језгра, Оптимална вредност параметра.

COMPARATIVE ANALYSIS OF PRECISION OF PCC INTERPOLATION WITH 1P KEYS AND 1P GREVILLE KERNEL IN IMAGE INTERPOLATION

Abstract: In the first part of the paper, one-parameter (1P) cubic convolutional interpolation kernel are presented, namely 1P Keys and 1P Greville. The second part of the paper describes the algorithm for experimental estimation of kernel parameters. In the experiment, convolutional interpolation was performed with the implemented cubic 1P Keys kernel and 1P Greville on some test images. For each test image, the optimal value of the Keys and Greville interpolation kernel parameters was determined. Statistical analysis of the optimal values of the parameters determined the mean value μ and the variance σ^2. Based on the parameters μ and σ^2, the Gaussian function of the distribution of the optimal values of the parameters for interpolation of test images was determined. After that, a comparative analysis of interpolation accuracy was performed. The MSE was used as a measure of precision. The results are presented in tables and graphs.

Key words: Convolution, Convolution kernel, Interpolation, Parameter of kernel, Optimal value of parameter.

1. УВОД

Код обраде слике, често се намеће потреба за интерполацијом, (промена димензије слике, ротација и др.) [1]. Интензивно се примењује конволуциона интерполација [2]-[6]. За потребе конволуционе интерполације развијено је много интерполационих језгара, почев од језгра другог реда (**engl**. quadratic kernel) [7], преко трећег реда (**engl**. cubic kernel) [2]-[6] и вишег реда [8]. Најчешће се употребљавају кубна језгра јер представљају компромис између брзине извршавања и нумеричке прецизности. Значајну улогу имају кубна параметарска језгра, јер избором вредности параметра могуће је контролисати ефикасност примене језгра код решавања проблема у различитим областима. У свом базичном раду [4] Keys је предложио примену (језгра) код реконструкције слике и описао

[1] Др, Академија техничко-васпитачких струковних студија, одсек Ниш, Александра Медведева 20 Ниш, natasa.savic@akademijanis.edu.rs
[2] Др, Академија техничко-васпитачких струковних студија, одсек Ниш, Александра Медведева 20 Ниш, zoran.milivojevic@akademijanis.edu.rs

алгоритам за одређивање оптималне вредности параметра α (α_{opt}). Након овог рада у литератури о параметарској кубној конволуцији (PCC) ово језгро назива се 1P Keys језгро. За потребе обраде слике врло често се користи и 1P Greville језгро [5].

У овом раду експерименталним путем одређена је оптимална вредност параметра а) Keys и б) Greville језгра код интерполације неких стандардних тест слика. Извршена је компаративна анализа прецизности интерполације применом 1P Keys и 1P Greville језгра. Као мера прецизности коришћена је средње квадратна грешка (MSE). Резултати су приказани графички и табеларно.

Организација рада је следећа: У секцији 2 описана су1P кубна интерполациона језгра и то 1P Keys и 1P Greville. Алгоритам процене оптималног параметра језгра описан је у секцији 3. Експериментални резултати и анализа приказани су у секцији 4. Секција 5 је закључак.

2. ЈЕДНОПАРАМЕТАРСКА КУБНА ИНТЕРПОЛАЦИОНА ЈЕЗГРА

Због своје бесконачне дужине, теоријски идеално *sinc* језгро физички је неостварљиво [2]. Зато се на коначном сегменту [-*L*/2, *L*/2], апроксимира језгро дужине *L* нумерички простијим функцијама. Најчешће се примењује апроксимација језгра полиномијалним функцијама 3. реда.

$$r(x)=\begin{cases} a_{3i}|x|^3+a_{2i}|x|^2+a_{1i}|x|+a_{0i}, & i<|x|\le i+1 \\ 0, & |x|>\dfrac{L}{2} \end{cases}, \tag{1}$$

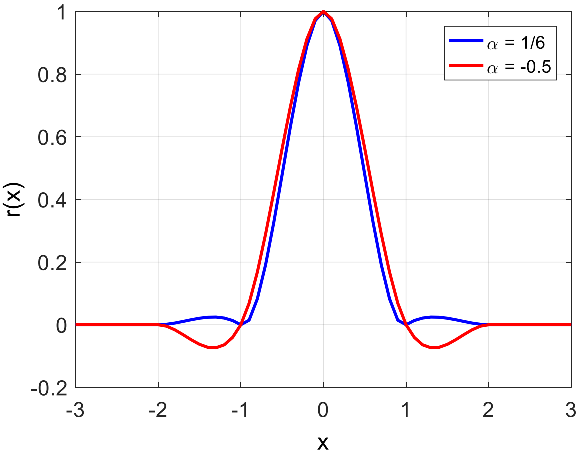
где је $i = 0, 1, \ldots, L/2-1$. Чворови језгра дефинисани су за $i = 0, 1, \ldots, L/2-1$. Како би се минимизирала грешка интерполације и језгра што боље прилагодила проблематици, врши се параметризација језгра [4]. Минимизирањем грешке сагласно дефинисаном критеријуму, одређују се оптималне вредности параметара. Описана су језгра са једним, два и три параметра [7]-[10].

2.1. 1P Keys језгро

У раду [4] дефинисано је језгро дужине $L = 4$ са:

$$r(x)=\begin{cases} (\alpha+2)|x|^3-(\alpha+3)|x|^2+1, & |x|\le 1 \\ \alpha|x|^3-5\alpha|x|^2+8\alpha|x|-4\alpha, & 1<|x|\le 2 \\ 0, & |x|>2 \end{cases}, \tag{2}$$

где је α параметар језгра. Ово језгро у лиератури познато је као 1P Keys језгро. На сл. 1. приказано је 1P Keys језгро за разне вредности параметра α.



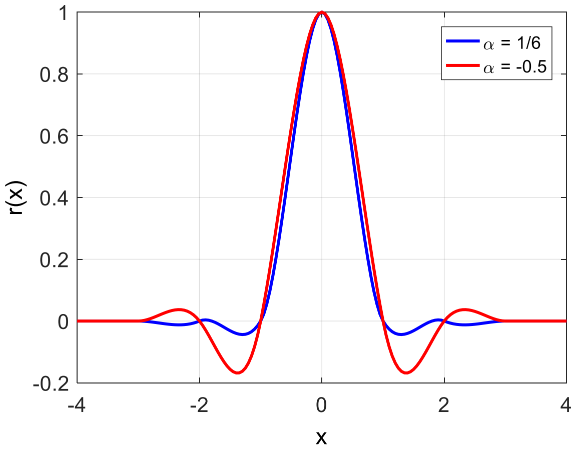
Слика 1 – 1P Keys језгро

2.2. 1P Greville језгро

У раду [5] приказана је конволуциона интерполација уз примену кубног 1P Greville интерполационог језгра. 1P Greville језгро дужине L = 6 дефинисано је са:

$$r(x)=\begin{cases} \left(\alpha+\frac{3}{2}\right)|x|^3-\left(\alpha+\frac{5}{2}\right)|x|^2+1, & |x|\le 1 \\ \frac{1}{2}(\alpha-1)|x|^3-\left(3\alpha-\frac{5}{2}\right)|x|^2+\left(\frac{11}{2}\alpha-4\right)|x|-(3\alpha-2), & 1<|x|\le 2 \\ -\frac{1}{2}\alpha|x|^3+4\alpha|x|^2-\frac{21}{2}\alpha|x|+9\alpha, & 2<|x|\le 3 \\ 0, & 3<|x| \end{cases}, \tag{3}$$

где је α параметар језгра. На сл. 2 приказано је 1P Greville језгро за разне вредности параметра α.



Слика 2 – 1P Greville језгро.

3. АЛГОРИТАМ ПРОЦЕНЕ ОПТИМАЛНОГ ПАРАМЕТРА ЈЕЗГРА

Алгоритам одређивања оптималне вредности параметра језгра реализује се у следећим корацима:

Улаз: Тест слика **X** димензије MxN, језгро r, дужине L, α_{min}, α_{max}, $\Delta\alpha$

Излаз: α_{opt}.

Корак 1: Формирање једнодимензионог низа $\mathbf{x_{MN}}$ надовезивањем врста матрице **X**.

FOR $\alpha = \alpha_{min} : \Delta\alpha : \alpha_{max}$

Корак 2: Формирање језгра у функцији α

FOR I = 1:MN-(L+2)

Корак 3: Селектовање I – тог блока:

$$X_I = X(1:I+2L-1)$$

Корак 4: Процена $\hat{x}_I$ применом конволуције:

$$\hat{x}_I = X_I\left[1:2:2L-1\right]\otimes r$$

Корак 5: Грешка процене језгра:

$$e(I) = X_I(L) - \hat{x}_I$$

END I

Корак 6: Одређивање средње квадратне грешке:

$$MSE(\alpha) = \frac{1}{MN-(L+2)}\sum_{k=1}^{MN-(L+2)}\left|e(k)\right|^2$$

END α

Корак 7: Одређивање α_{opt}:

$$\alpha_{opt} = \arg\min_{\alpha}\left(MSE\right)$$

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ И АНАЛИЗА

4.1. Експеримент

Експерименталним путем, применом алгоритма описаног у секцији 3, одређена је оптимална вредност параметра α за језгра 1P Keys и 1P Greville за случај интерполирања слика и одређена средње квадратна грешка интерполације.

4.2. База

Базу чине K = 8 стандардних тест слика: *Lena, Barbara, Zelda, Goldhill, Boats, Peppers, Fruits, Tulips.*

4.3. Резултати

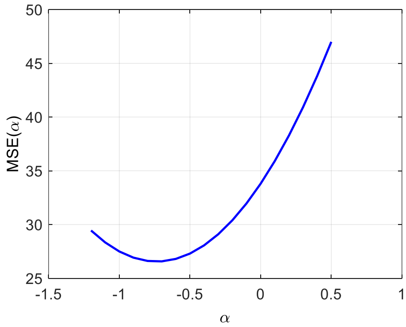
За сваку тест слику k (k = 1,2,…,K) одређена је минимална вредност $\mathrm{MSE}_{k\_min}(\alpha_{k\_opt})$ (Тбл. 1) за 1P Keys и 1P Greville језгро. Зависност MSE(α) за тест слику *Lena* приказана је на Сл. 3.а за случај примене 1P Keys језгра и на Сл. 3б за случај примене 1P Greville језгра. Статистичком анализом оптималних вредности α_{k_opt} ($\alpha_{k\_opt\_Keys}$, $\alpha_{k\_opt\_Greville}$) одређени су средња вредност μ и варијанса σ^2:

$$\mu = \frac{\sum_{k=1}^{K} \alpha_{k\_opt}}{K} \quad \text{и} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{K} (\alpha_{k\_opt} - \mu)^2}{K},$$

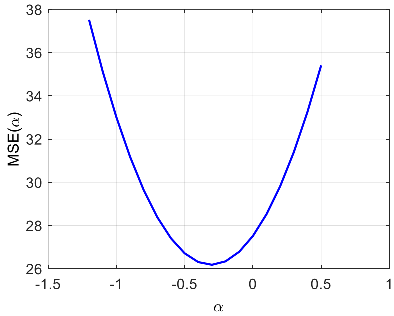
где је k редни број слике, а K укупан број тест слика. На основу μ и σ^2 одређена је функција расподеле $p(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(\alpha-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ која је приказана на Сл. 4.а за 1P Keys језгро и Сл. 4.б за 1P Greville језгро.

Табела 1 – Експерименталне вредности оптималног параметра језгра (α_{k_opt}) и минималне вредности MSE (MSE_{k_min}) код тест слика

		1P Keys		1P Greville	
k	Slika	$\alpha_{k\_opt\_Keys}$	$MSE_{k\_min\_Keys}$	$\alpha_{k\_opt\_Greville}$	$MSE_{k\_min\_Greville}$
1	Lena	-0.7000	26.5724	-0.3000	26.1826
2	Barbara	-0.6000	31.1895	-0.1000	29.9134
3	Zelda	-0.3000	37.5546	0.1000	37.8306
4	Goldhill	-0.3000	18.5175	0.2000	18.7392
5	Boats	-0.1000	35.8794	0.4000	33.5750
6	Peppers	-0.6000	63.5313	-0.2000	59.8732
7	Fruits	-0.7000	32.3438	-0.2000	32.0587
8	Tulips	-0.7000	38.3274	-0.3000	37.9874
		$\overline{\alpha_{opt\_Keys}}$	$\overline{MSE_{1P\_Keys}}$	$\overline{\alpha_{opt\_Greville}}$	$\overline{MSE_{1P\_Greville}}$
		-0.5000	35.4895	-0.0500	34.5200

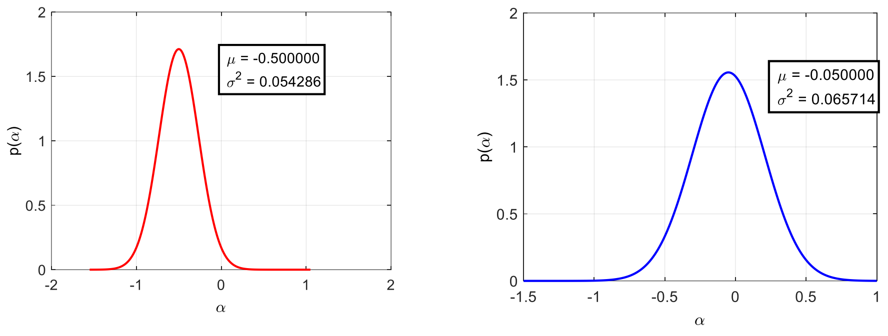


a)



b)

Слика 3 – Зависност MSE од параметра α код тест слике Lena за случај примене а) 1P Keys б) 1P Grevile, језгра



a) b)

Слика 4 – Функција Гаусове нормалне расподеле оптималних вредности параметра α код тест слика за а) 1P Keys б) 1P Grevile, језгра

4.4. Анализа резултата

На основу резултата приказаних у табели 1 закључује се да је:

а) Опсег оптималних вредности параметра језгра израчунат за тест слике:

1) $\alpha_{opt\_Keys} \in (-0.7, -0.1)$ и средња вредност $\overline{\alpha_{opt\_Keys}} = -0.5$

2) $\alpha_{opt\_Greville} \in (-0.3, 0.4)$ и средња вредност $\overline{\alpha_{opt\_Greville}} = -0.05$

б) MSE код 1P Greville језгра у односу на MSE код 1P Keys језгра $\overline{MSE_{\_1P\_Keys}}$ / $\overline{MSE_{\_1P\_Greville}}$ = 35.4895 / 34.52 = 1.0281 пута мања.

На основу компаративне анализе резултата средње квадратне грешке за 1P Keys и 1P Greville језгро, закључује се да је 1P Greville језгро прецизније у односу на 1P Keys језгро.

5. ЗАКЉУЧАК

У циљу компаративне анализе ефикасности PCC језгра извршена је интерполација неких тест слика применом 1P Keys и 1P Greville језгра. За сваку тест слику одређена је оптимална вредност параметара језгра. Средња вредност експериментално добијених параметара је $\overline{\alpha_{opt\_Keys}} = -0.5$ и $\overline{\alpha_{opt\_Greville}} = -0.05$. На основу резултата закључује се да је грешка процене 1P Greville језгра1.0281 пута мања у односу на 1P Keys језгро.

6. ЛИТЕРАТУРА

[1] Dodgson, N. A. (1997). *Quadratic interpolation for image resampling*, IEEE Trans.Image Processing, 6(9), 1322-1326.

[2] Meijering, E., Unser, M. (2003). *A Note on Cubic Convolution Interpolation*, IEEE Transactions on Image Processing, 12(4), 447-479

[3] Park, K. S., Schowengerdt, R. A. (1983). *Image reconstruction by parametric cubic convolution*, Computer Vision, Graphics & Image Process., 23, 258-272

[4] Keys, R. G. (1981). *Cubic convolution interpolation for digital image processing*, IEEE Trans. Acout. Speech, & Signal Processing, 29, 1153-1160.

[5] Reicherbach, S. E. (2003). *Two-Dimensional Cubic Convolution*, IEEE Trans. Image Processing, 12(8), 857-865

[6] Mejering, E., Zuiderveld, K., & Viegever, M. (1999). *Image Recon-struction by Convolution with Simetrical Piecewise nth-Order Polynomial Kernels*, IEEE Transactions on Image Processing, 8(2), 192-201

[7] Savić, N., Milivojević, Z., & Brodić, D. (2014), *Estimation of frequency of a signal by means of interpolation with a quadratic convolution kernel*, ETF Jurnal of Electrical Enginering, 20, 40-49.

[8] Savić, N., Milivojević, Z., & Prlinčević, B. (2021), *Development of the 2P fifth-degree interpolation convolutional kernel*, International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering (IJIRAE), 8(11), 306-311.

[9] Milivojević, Z., Savić, N., Brodić, D. & Rajković, P. (2016*). Optimization parameters of two parameter Keys kernel in the spectral domain*, in Proc, XV International Scientific-Professional Symposium INFOTEH-Jahorina, Bosnia, 2016 , 392-397

[10] Milivojević, Z., Savić, N., & Brodić, D. ,(2017). *Three-Parametric Cubic Convolution Kernel For Estimating The Fundamental Frequency Of The Speech Signal*, Computing and Informatics, 36, 449-469.